بهینهسازی شکل یک تیر تک لایه پیزوالکتریک برداشت کننده انرژی

مجید عاروان'، مجتبی فرخ'، سعید ایرانی" ۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، سازههای هوایی، دانشگاه صنعتی خواجهنصیرالدین طوسی، تهران ۲ استادیار، سازههای هوایی، دانشگاه صنعتی خواجهنصیرالدین طوسی، تهران ۳ دانشیار، سازههای هوایی، دانشگاه صنعتی خواجهنصیرالدین طوسی، تهران

> تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۰/۱۴ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲/۲۷

چکیدہ

با رشد روزافزون تکنولوژی و جمعیت، نیاز بشر به منابع انرژی مدام در حال افزایش است. منابع انرژی تجدیدپذیر بهترین گزینه برای تامین این نیازها هستند. استفاده از مواد پیزوالکتریک برای تبدیل ارتعاشات محیط به انرژی الکتریکی یکی از راه کارهای موجود است. در مقاله حاضر، بهینهسازی از نوع شکل برای تیر یکسر گیردار بایمورف صورت پذیرفته است. فرض شده است که این تیر تحت تحریک پایه هارمونیک قرار دارد. در این مقاله سیستم برداشت انرژی به همراه مدار الکتریکی در نرمافزار کامسول شبیهسازی شده است. در این نرمافزار شتابی به صورت هارمونیک و با فرکانسهای مختلف به تکیهگاه تیر وارد میشود و در هر فرکانس تحریک، ولتاژ و جریان و توان الکتریکی سیستم بدست میآید و سپس سعی بر این بوده است که با تغییرات طول، عرض و ساختمان تیر جهت به دست آوردن توان بیشتر است. این امر معمولا از طریق روشهای ساختمان تیر جهت به دست آوردن توان بیشتر است. این امر معمولا از طریق روشهای بهینهسازی صورت میگیرد. از بین چهار روش بهینهسازی که مورد مطالعه قرار گرفته روش بهینهسازی محدود توسط تقریب درجه دوم بهینهتر و هزینه محاسباتی کمتری ارائه مینماید. در این تحقیق روشهای مختلف به ینهسازی همگی مرتبه صفر میباشند که فقط از مقدار تابع هدف این تحقیق روشهای مختلف به ینهسازی همگی مرتبه صفر میباشند که فقط از مقدار تابع هدف استفاده میکنند.

واژگان کلیدی

برداشت كننده انرژى؛ پيزوالكتريك؛ توان الكتريكى؛ بهينهسازى؛ مقاومت الكتريكى

۱. مقدمه

بهرهبرداری از منابع انرژی موجود در محیط اطراف، نظیر انرژی خورشید، باد و ارتعاشات همواره مورد توجه محققان بوده است. در

بین منابع جذب انرژی، برخی دارای سطح انرژی بالا در حد مگاوات هستند نظیر خورشید و باد و برخی دیگر منابع مانند انرژی

ارتعاشی دارای سطح انرژی در حد میلیوات و میکرووات می باشند. با پیشرفت تکنولوژی در دهههای اخیر، حجم و اندازه و به دنبال أن مصرف انرژی از تجهیزات الکترونیکی نظیر بوردهای الکترونیکی و شبکههای سنسوری بیسیم بهطور مرتب رو به كاهش بوده است. درنتيجه تأمين انرژى اين گونه سيستمها با استفاده از باتریهای معمولی حجیم که دارای عمر محدودی هستند و نیاز به تعویض یا شارژ مجدد دارند، از چالشهای اصلی این سیستمهای کممصرف است؛ بنابراین تلاشهایی در جهت برداشت انرژی از منابع انرژی محیط نظیر خورشید، باد، ارتعاشات مکانیکی و ... بهعنوان جایگزینی برای باتریهای معمولی جهت تغذیه سیستمهای الکترونیکی کوچک صورت گرفته است. در میان منابع انرژی ذکر شده، انرژی ناشی از ارتعاشات مکانیکی به دلیل موجود بودن در اکثر مکانهای دور از دسترس نظیر هواپیماهای بدون سرنشین^۲ (UAVs)، تجهیزات نظامی، کانالهای تهویه و ... جهت تأمین انرژی نسبت به سایر منابع انرژی بیشتر مورد توجه قرارگرفته است [۱].

ایدهی تبدیل ارتعاشات به الکتریسیته اولین بار در مقالهای که توسط ویلیامز و یاتز⁷ در سال ۱۹۹۶ نوشته شده مطرح گردید آنها بیان کردند سه راه برای تبدیل ارتعاشات به الکتریسیته وجود دارد كه اين سه راه شامل الكترومغناطيس، الكترواستاتيك و پیزوالکتریک است [۲]. پاتل^۲ در مطالعات خود اظهار میکند که مبدلهای پیزوالکتریک بیشترین تولید انرژی را به صورت عملی دارند. مبدلهای پیزوالکتریک میتوانند تا چگالی انرژی 35.4 mJ/cm3 را نسبت به مبدل های الکترواستاتیک با چگالی انرژی mJ/cm3 و مبدل های الکترومغناطیس با چگالی انرژی 24.8 mJ/cm3 توليد كنند [٣]. متداول ترين وسيله برداشت كننده انرژی از ارتعاشات، تیر یکسر گیردار با یک یا چندلایه پیزوسرامیک (PZT) است که بر روی یک سازه مرتعش قرار می گیرد. کرنش دینامیکی ایجاد شده در لایههای پیزوالکتریک منجر به توليد ولتاژ الكتريكي مي گردد كه به وسيله الكترودهايي که سطح لایه پیزوالکتریک را می پوشانند، جمع آوری و ذخیره می گردد. به دو دلیل برداشت کنندههای انرژی پیزوالکتریک را به صورت یکسر گیردار در نظر می گیرند، اول به این دلیل که پیکربندی یکسر گیردار بیشترین مقدار کرنش را در اثر اعمال یک نيروى معين ايجاد مىكند و چون توان برداشت شده رابطه مستقیمی با میزان کرنش ایجاد شده در برداشت کننده دارد،

درنتيجه ميزان انرژى برداشت شده افزايش مىيابد. دومين دليل این است که پیکربندی مذکور پایینترین فرکانس طبیعی را در یک سایز مشخص نتیجه میدهد و ازآنجایی که منابع ارتعاشی محيط دارای محدوده فرکانسی پايينی هستند، درنتيجه استفاده از این پیکربندی در اکثر کاربردها مناسب است [۴]. بسیاری از سازهها مانند بدنهی هواپیما و پلهای معلق، نیاز به پایش دائمی دارند. از سوی دیگر، با توجه به محل قرارگیری حس گرهای پایش سلامت سازه، در بسیاری از موارد امکان جایگزینی باتریها وجود ندارد. ازاینرو از یک منبع توان دائمی مانند برداشت كنندههاى پيزوالكتريكى استفاده مىكنند [۵]. روشهاى تحليلى متفاوتی جهت پیشبینی رفتار برداشت کنندههای انرژی پیزوالکتریکی ارائه شده است که در اینجا به اختصار ذکر شدهاند. اومدا^م و همکاران [۶] جزو اولین محققان درزمینه برداشت کنندههای انرژی بودند. مدل پیشنهادی آنها یک مدل گسسته بود که از یک جرم، فنر و میرا کننده تشکیل شده بود. آجیتساریا ً و همکاران [۷] تیر یکسر گیردار با دولایه پیزوالکتریک را با فرض تیر اویلر – برنولی، و همچنین تیر تیموشنکو بررسی کردند و حل تحلیلی ارائه نمودند. ارتورک^۷ و اینمن برای تیر یکسر گیردار مستطیلی دولایه حل تحلیلی ارائه کردند [۸]. ارتورک و همکاران در مقالات خود به بررسی روش گسسته نیز پرداختند و ثابت کردند که این روش برای ارتعاشات طولی و عرضی تیر نتایج غیر دقیقی ارائه میکند، درنتیجه ضرایب تصحیحی برای این مدل ارائه نمودند همچنین آنها روشهای تحلیلی را با آزمونهای تجربی مقایسه نمودند و مدلهای متنوعی پیشنهاد دادند [۹]. نوردین^ و همکارانش ادعا کردند که پیکرهبندی مثلثی شکل میتواند عملکرد بهتری در تولید انرژی الکتریکی نسبت به پیکرهبندی ذوزنقهای و مستطیلی داشته باشد [۱۰]. ویلیام^۲ و پوپو این مطلب را افزودهاند که برای یک ماده پیزوالکتریک، اثر طول تير پيزوالكتريك به شدت به ضخامت لايه پيزوالكتريك وابسته است. درحالی که برای جرم ثابت، طول کم و عرض زیاد، کاهش نسبت ضخامت لايه پيزوالكتريك به ضخامت كل، ترجيح دارد [۱۱]. روندی^{۱۰} و همکارانش یک روش تحلیلی جهت طراحی و بهینهسازی برداشت انرژی توسط مواد پیزوالکتریک با استفاده از تکنیک جرم و فنر معادل و استفاده از مدار الکتریکی معادل ارائه کردند [۱۲]. شوو^{۱۱} و همکاران نیز یک مدل تحلیلی برای برداشت كنندمهاي ييزوالكتريكي ارائه كردند. بررسي آنها نشان

داد که توان برداشت شده به مشخصههای ارتعاشی (نظیر فرکانس و دامنه شتاب) جرم برداشت کننده، مقاومت الکتریکی و ثابت الکترومکانیکی سیستم بستگی دارد [۱۳]. جهانی و همکاران به مطالعه برداشت انرژی از ارتعاشات تیر ذوزنقهای با یک لایه پیزوالکتریک با استفاده از روش پارامترهای توزیع شده پرداختند. در مطالعهی آنها معادلات حرکت سیستم به صورت تحلیلی به دست آمده و سپس با استفاده از روش مودهای فرضی، فركانسهاى طبيعي سيستم محاسبه شده و نمودارهاي مربوط به ولتاژ، جریان و توان ارائه گردید [۱۴]. کیانپور و همکاران برداشت انرژی الکتریکی از ارتعاشات پایه تیر یکسر گیردار را مورد مطالعه قرار دادند که ساختار سیستم برداشت کننده به صورت یک تیر سه لایه میباشد. و تاثیر پارامترهای هندسی را روی رفتار مکانیکی و الکتریکی سیسستم مورد بررسی قرار دادند [۱۵]. آذری کام و همکاران یک تیر مستطیلی که از یک لایه پیزوالکتریک تشکیل شده است را ارائه داند. بهطوریکه با تغییرات طول، عرض و نسبت ضخامت سعی در دستیابی به شکل بهینه تیر، جهت حداکثر کردن توان داشتند [۱۶]. پاشنا و همکاران یک تیر بایمورف با دو لایه پیزوالکتریک و یک لایه مرکزی از جنس آلومینیوم تحت فرکانسهای مختلف توسط نرمافزار آباکوس برای دو حالت اتصال سری و موازی صفحات پیزوالکتریک مورد بررسی قرار دارند. نتایج نشان میدهند تیر بایمورف مورد نظر در حالت اتصال موازی ولتاژ خروجی بیشتری تولید میکند [۱۷]. پیرسون^{۱۲} و همکاران بر روی سلامت سنجی سازههای هوافضایی کار کردند که اجرای سیستم سلامت سنجی سازه (SHM) در مرحله طراحی میتواند ساختارهای بهینهتری را فراهم کند که باعث کاهش وزن سازه، بهبود عملكرد هواپيما، مصرف سوخت كمتر و برد بيشتر خواهد شد، که مبدلهای پیزوالکتریک و مبدلهای حرارتی درون هواپیما به عنوان منابع تغذیه انرژی بکار گرفته شدهاند [۱۸].

در این مقاله مطالعهای که انجام شده، تأثیر پارامترهای هندسی بر پارامترهای الکتریکی برداشت کننده است. هندسه بهینه شده از یک منبع ارتعاش با فرکانس ۱۲۵ هرتز و شتابی با دامنه 0.2g بهره میبرد. تابع هدف بهینهسازی توان و پارامترهای طرح مشخصات هندسی ازجمله طول تیر، عرض تیر و ضخامت هر دولایه است. شبیهسازی اجزاء محدود و بهینهسازی توسط نرمافزار کامسول 5.2a صورت گرفته، الگوریتمهای بهینهسازی

مورد استفاده در این مقاله COBYLA^{, ۱۳}BOBYQA^{۱۲} جستجوی مختصات^{۱۵} و نلدر _ مید^{۱۶} است.

۲. تحلیل ارتعاشات آزاد تیر یکسر گیردار

در این مقاله، تیر یکسر گیردار اویلر– برنولی با یک لایه پیزوالکتریک، بهعنوان برداشت کننده انرژی در نظر گرفته شده است (شکل ۱). مدل ذکر شده از طریق الکترودهایی به یک مدار ساده متصل شده که فقط شامل یک مقاومت الکتریکی بهعنوان مصرف کننده توان است. فرض شده که الکترودها تمام سطح لایه پیزوالکتریک را پوشانده و لایه پیزوالکتریک بهطور کامل به سطح تیر چسبیده است. در این قسمت، روابطی برای دستیابی به فرکانسهای طبیعی برای تیر مستطیلی شکل، ذوزنقهای و مثلثی آورده شده است. برای یک تیر یکنواخت و تحت ارتعاشات آزاد بدون میرایی، معادله حرکت مطابق رابطه ۱ است [۱۹].

$$EI\frac{\partial^4 z(x,t)}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2} = f_0(x,t) \tag{(1)}$$

در رابطه ۱ ضریب EI، بیانگر سفتی خمشی تیر و m جرم واحد طول تیر است. z نیز نمایانگر جابجایی عرضی تیر در محل تار خنثی در مقطع دلخواهی از طول تیر است؛ که تابعی از مکان و زمان تیر بوده و ناشی از حرکت خمشی تیر است. مقدار جابجایی عرضی z نیز، مطابق رابطه ۲ بیان می شود.

$$z(x,t) = z_b(x,t) + z_{rel}(x,t)$$
^(Y)

در رابطه ۲، (x,t) جابجایی پایه تیر و (z_b(x,t) در رابطه ۲، (x,t) جابجایی تیر نسبت به پایه آن است. (z_b(x,t) در حالت ارتعاشات آزاد چون تحریک پایه ندارد برابر صفر میباشد.

۲-۲. تخمین فرکانسهای طبیعی برای تیر مستطیلی تیر پیزوالکتریک مدنظر مطابق با شکل ۱ است.



با استفاده از آنالیز مودال، پاسخ ارتعاشات آزاد طبق رابطه ۳ به دست خواهد آمد.

$$z_{rel}(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n(x) + q_n(t)$$
(۳)
c, (1) c, (1)

پاسخ هارمونیک در تیر است.

جمله سمت چپ معادله ۴، مطابق رابطه ۵ ساده می شود.

$$\frac{d^4w_n(x)}{dx^4} - \lambda_n^4 w_n(x) = 0 \tag{(b)}$$

$$\lambda_n^4 = \frac{m}{EI}\omega_n^2 \tag{(2)}$$

با فرض $w_n(x) = Ce^{sx}$ با فرض $w_n(x) = Ce^{sx}$ با فرض معادله ۵ مطابق رابطه ۷ خواهد شد:

$$w_{n}(x) = C_{1} \sin\left(\frac{\lambda_{n}}{L}x\right) + C_{2} \cos\left(\frac{\lambda_{n}}{L}x\right)$$

$$C_{3} \sinh\left(\frac{\lambda_{n}}{L}x\right) + C_{4} \cosh\left(\frac{\lambda_{n}}{L}x\right)$$
(V)

در رابطه C_1 ،۷ تا C_4 ثوابتی هستند که بر اساس شرایط مرزی به دست میآیند.

فرکانسهای طبیعی تیر در مود nم، از رابطه ۶ و طبق رابطه ۸ به دست میآید:

$$\omega_n = \lambda_n^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \tag{A}$$

ازآنجایی که تیر مورد نظر این تحقیق از دو ماده مختلف تشکیل شده است، جملات m و EI مطابق فرمول ۹ و ۱۰ قابل محاسبه خواهند بود [۸]:

$$m = B(\rho_b h_b + \rho_p h_p) \tag{9}$$

در رابطه ۹، B عرض تیر و ρ چگالی است که زیرنویس b به Bزیر ساختار تیر اشاره میکند درحالیکه p نشاندهنده ماده پيزوالکتريک است.

$$EI = \frac{B}{3} [E_b (h^3 + (h_b - h)^3) + E_p ((h - h_b)^3 + (h_b + h_p - h)^3]$$
(\.)

در رابطه ۱۰، h_p و h_p به ترتیب ضخامت تیر و ضخامت لايه پيزوالکتريک و همچنين E_b و E_p به ترتيب مدول يانگ تير و مدول یانگ پیزوالکتریک است و پارامتر h نمایانگر تار خنثی است که از رابطه ۱۱ به دست می آید.

$$h = \frac{nh_b^2 + 2h_bh_p + h_p^2}{2nh_b + 2h_p}$$
(11)

در رابطه ۱۱، n نسبت مدول یانگ تیر به مدول یانگ پیزوالکتریک است. با استفاده از روش آنالیز مودال و شرایط مرزی در رابطه ۷، معادله فرکانس به دست میآید [۱۹]. (17) $1 + \cos\lambda_n \cosh\lambda_n = 0$ در رابطه ۱۲، مقادیر λ_n برای یک تیر یکسر گیردار در جدول ۱ ذکرشده است. و همچنین معادله ۷ بهصورت رابطه ۱۳ درمي آيد:

$$w_{n}(x) = \sin\left(\frac{\lambda_{n}}{L}x\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_{n}}{L}x\right) + \beta_{n}\left[\cos\left(\frac{\lambda_{n}}{L}x\right) - \cosh\left(\frac{\lambda_{n}}{L}x\right)\right]$$
(17)

$$\beta_n = \frac{-\cos\lambda_n - \cosh\lambda_n}{-\sin\lambda_n + \sinh\lambda_n} \tag{16}$$

جدول ۱. مقادیر ویژه تیر یکسر گیردار در مودهای مختلف

λ_n	شماره مود
1/2401	١
4/8941	۲
V/124	٣
۱۰/۹۹۵۶	۴
14/1771	۵

۲-۲. تخمین فرکانسهای طبیعی برای تیر غیرمستطیلی

با فرض مود شکلهای ثابت که مطابق رابطه ۱۳ به دست می آید و به کمک روش ریلی-ریتز [۱۰] میتوان معادلات مربوط به فرکانس های طبیعی را برای حالتی که شکل تیر غیر مستطیلی است را توسعه داد. در این حالت، پهنای تیر تابعی از طول شده، و مطابق رابطه ۱۵ تعريف مي شود.

$$B(x) = B_0 + \frac{B_1 - B_0}{L} x$$
 (10)

در رابطه ۱۵، B₀ پهنای تیر در بخش متصل شده به دیوار بوده و B_1 پهنای تير در بخش آزاد تير است (شکل ۲).



بهطورکلی، انرژی جنبشی تیر مطابق رابطه ۱۶ به دست ميآيد

$$T = \int_{0}^{L} \frac{1}{2} \left(\rho_{b} h_{b} + \rho_{p} h_{p} \right) B(x) d(x)$$

$$\left(\frac{\partial w_{n}(x, t)}{\partial t} \right)^{2} dx$$
(15)

از طرفی میزان انرژی پتانسیل نیز، بر اساس رابطه ۱۷محاسبه مىشود:

$$U = \int_0^L \frac{1}{2} EI(x) \left(\frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial x^2}\right)^2 dx \tag{1Y}$$

لذا بر اساس قانون بقای انرژی معادله فرکانس طبیعی برابر رابطه ۱۸ خواهد شد:

$$\omega_{n} = \sqrt{\frac{\left(\frac{\lambda_{n}}{L}\right)^{4} \times EI \times \int_{0}^{L} B(x) \left[W_{n}(x)\right]^{2} dx}{m \times \int_{0}^{L} B(x) \left[W_{n}(x)\right]^{2} dx}}$$
(1A)

در رابطه ۱۷ از مود شکلهای فرضی برای تیر با عرض ثابت استفاده شده و این رابطه برای تیرهایی با عرض متغیر مانند تیر ذوزنقهای شکل و مثلثی شکل تقریبی است.

۳. صحت سنجي و مقايسه نتايج مختلف

برای بررسی صحت سنجی، نتایج تحلیل اجزای محدود با روابط عددی که از مرجع [۱۰] به دست آمده در مورد یک تیر مثلثی، ذوزنقهای و مستطیلی مورد مقایسه قرار گرفته است. خواص مکانیکی و پارامترهای هندسی این مطالعه به ترتیب در جدول ۲ و جدول ۳ ذکر شده است. نتایج تحلیل اجزای محدود و نتایج عددی در جدول ۴ ذکر شدهاند. همان طور که ملاحظه می شود همخوانی خوبی بین نتایج وجود دارد. شکل ۳، شبیهسازی اجزاء محدود برای تیر مستطیلی یکسر گیردار را نمایش میدهد که در این شبیه سازی از مش بندی چهار ضلعی^{۱۷} استفاده شده این نوع

جدول ۴. فرکانس های طبیعی در سه مود مختلف برای چند شکل تیر

مثلث				زنقه	ذو		طيل	مستو	_
درصد خطا	مقاله حاضر	كامسول	درصد خطا	مقاله حاضر	كامسول	درصد خطا	مقاله حاضر	كامسول	شماره مود
۰/۶۵	242/42	541/22	•/77	877/SV	٣٢٧/٩٣	۰/۵	787/14	781/49	١
۱۵/۵	2025/20	2241/10	۰/۰۱۴	177444	1747/87	٠/١	1846/10	1880/18	۲
۱۳/۶	4999/84	5887/57	۰/۰۶۷	4144/21	4792/81	٠/٢٩	4587/20	41.1/48	٣

تیر یونیمورف با استفاده از اطلاعات جدول ۳ درون نرمافزار کامسول تحت تحلیل استاتیکی مدل سازی شده است. در انتهای تیر مثلثی شکل از لحاظ تولید توان نسبت به تیر ذوزنقهای و مستطیلی شکل بهتر عمل میکند. برای نشان دادن این برتری

مش بندی دارای ۴ رئوس ۶ لبه با ۴ وجه مثلثی است. برای مطالعه اثر شکل تیر، نسبت پهنای دو انتهای تیر $\left(\frac{B_1}{B_2}\right)$ در مطالعات لحاظ شده است شکل ۳. نسبت ۱ به معنی تیر مستطیلی، نسبت ۰/۵ به معنی تیر ذوزنقهای و نسبت ۰ به معنی تیر مثلثی است.

جدول ۲. خواص مکانیکی تیر مسی و لایه پیزوالکتریک برای مطالعات

رى	سبيهسا	

چگالی	مدول يانگ	ماد
$[kg/m^3]$	$[N/m^2]$	
۸۷۰۰))×)•)•	تیر مسی
۷۸۰۰	۶/ ۷ ×۱۰۱۰	پيزوالكتريك (PZT-5h)

جدول ۳. پارامترهای هندسی مورد استفاده در سازه تیر

خام <i>ت</i>	عرض ض	طول	ماده
[m]	[<i>m</i>]	[<i>m</i>]	
•/•••	۵ ۰/۰۱	•/•۳۵	تیر مسی
•/•••	۰/۰۱	•/•۳۵	پيزوالكتريك (PZT-5h)



مجيد عاروان، مجتبى فرخ، سعيد ايراني

تولید میکند چون ماده پیزوالکتریک بیشتر تحت کرنش قرار میگیرد. هدف در این مقاله دستیابی به حداکثر توان خروجی در سیستم برداشت انرژی است و هرگاه ولتاژ بیشتر شود طبق رابطه ۱۹ توان نیز افزایش مییابد، هندسه مورد نظر ترکیبی از شکلهای مثلث و ذوزنقه است. حال به این سیستم برداشت شکلهای مثلث و ذوزنقه است. حال به این سیستم برداشت تیر وارد میشود. در رابطه ۱۹، P توان الکتریکی، V اختلاف پتانسیل، I جریان الکتریکی و R مقاومت الکتریکی است. P = VI

$$I = \frac{V}{R}$$
(19)
$$P = \frac{V^2}{R}$$

آزاد تیر یونیمورف یک بار قائم یکسان به مقدار ۵۰ نیوتون برای هر سه مدل به صورت لبهای اعمال شده است. شکل ۴ توزیع کرنش حجمی را برای هر سه حالت تیر نشان میدهد و همان طور که مشخص است متوسط کرنش در حالت مثلثی از ابتدای تیر تا انتهای تیر تقریبا ثابت است و میانگین کرنش در تیر مثلثی دو برابر تیر مستطیلی است، این شبیه سازی نشان میدهد که شکل تیر پیزوالکتریک در استیصال انرژی مؤثر است، اما در واقعیت تحت تحریک پایه ممکن است شکل مثلث بهینه نباشد.

۴. شبیهسازی اجزاء محدود

همان طور که از شکل ۴ مشخص است، توزیع کرنش حجمی مثلث از ذوزنقه و مستطیل بیشتر است، بنابراین ولتاژ بیشتری



شکل ۵ پلان سیستم برداشت انرژی را نشان میدهد، در شکل ۵ نسبت (^B1_{bo}) همان مقدار a است، که در این مقاله فرض شده مقدار a از ۰/۰۵ تا ۱ تغییر میکند. پارامترهای هندسی این مطالعه در جدول ۵ و خواص مکانیکی در جدول ۲ ذکرشده است.



پس از شبیهسازی وقتی که پاسخ فرکانسی گرفته می شود زمانی که به فرکانس رزونانس رسیده دامنه به بینهایت میل

می کند اگر میرایی^{۱۸} نداشته باشد جواب به بینهایت میل می کند وقتی جواب به بینهایت برسد نرمافزار کامسول تا یک عدد بزرگ میل کرده و دیگر نمیتواند پاسخ را همگرا کند. که در این صورت تا یکجایی ادامه می یابد و بعد خطا می گیرد، پس باید حتماً میرایی را در نظر گرفت. برای لایه مسی و لایه پیزوالکتریک گزینه ای تحت عنوان میرایی وجود دارد که شامل چندین حالت می شود. روش میرایی رایلی^{۱۹}، میرایی ویسکوز^{۲۰}، ضریب اتلاف ایزوتروپیک^{۲۱} و ضریب اتلاف در حالت ناهمسانگرد^{۲۲} است. از این بین میرایی به روش ضریب اتلاف ایزوتروپیک انتخاب شده است. ساختاری و یا میرایی هیستریک شناخته می شود و در حوزه فرکانس اعمال می شود. این روش در نرمافزار کامسول شامل دو حالت است، حالت اول از خصوصیات ماده^{۳۲} استاد می کند که

است. حالت دوم تعریف توسط کاربر^{۳۲} است. در این تحقیق حالت دوم برای هر دولایه یعنی تعریف توسط کاربر انتخاب شده است. نسبت میرایی بهصورت رابطه ۲۰ است و مقدار ^{*ח*} که در برنامه کامسول است معادل دو برابر نسبت میرایی است.

$$\zeta = \frac{C}{C_{cr}}$$

$$\eta = 2\zeta$$

$$2\zeta = \frac{C}{\sqrt{K*M}}$$
(19)

در رابطه ۲۰، C میرایی و Ccr میرایی بحرانی است. K ضریب سختی و M جرم است. درنهایت مقدار *η* برای هر دولایه ۰/۰۶ در نظر گرفتهشده است [۱۰]. مقدار مقاومت الکتریکی برای این شبیهسازی ۱ گیگا اهم است.

با توجه به شکل ۵ وقتی نسبت $\left(\frac{B_1}{B_0}\right)$ تغییر کند شکل تیر پیزوالکتریک دچار تغییر میشود، اگر نسبت $\left(\frac{B_1}{B_0}\right)$ ، ۰/۵ شود دقیقاً شکل تیر به صورت مثلث میشود، شکل ۶ به خوبی نشان میدهد که مقدار ۱=a توان بیشتری نسبت به حالت کاملا مثلثی تولید میکند، پس میتوان نتیجه گرفت شکلی که برای سیستم برداشت انرژی در این مقاله ارائه شده است مدل مناسبی برای دستیابی به حداکثر برداشت توان است.

جدول ۵. پارامترهای هندسی مورد استفاده در سازه تیر

А	ضخامت	عرض	طول	مادہ
(B_1/B_0)	[m]	[m]	[m]	
{•/•۵ :١}	•/•••۵	•/• ١	•/•٧	تیر مسی
$\{\cdot / \cdot \circ : \cdot\}$	•/••• \	•/• ١	•/•٧	پيزوالكتريك



۵. بهینهسازی سیستم برداشت انرژی

بهینهسازی یک فعالیت مهم و تعیینکننده در طراحی ساختاری است. طراحان زمانی قادر خواهند بود طرحهای بهتری تولید کنند که بتوانند با روشهای بهینهسازی در صرف زمان و هزینه طراحی صرفه جویی نمایند. هدف از بهینهسازی یافتن بهترین جواب قابل قبول، با توجه به محدودیتها و نیازهای مسئله است. برای یک مسئله، ممکن است جوابهای مختلفی موجود باشد که برای مقایسه آنها و انتخاب جواب بهینه، تابعی به نام تابع هدف تعریف میشود. انتخاب این تابع به طبیعت مسئله وابسته است. به عنوان مثال، زمان سفر یا هزینه ازجمله اهداف رایج بهینهسازی شبکه های حمل و نقل است. هدف از بهینهسازی تعیین متغیرهای طراحی است، به گونهای که تابع هدف کمینه یا بیشینه شود.

در نرمافزار کامسول بخش بهینهسازی چندین الگوریتم بهینهسازی وجود دارد، از بین چندین الگوریتم روشهایی انتخاب شده که غیر گرادیانی است یعنی این روشها بر پایه مقدار تابع هدف استوار هستند. از جمله این روشها، میتوان روش نلدرمید، روش جستجوی مختصات، روش BOBYQA و روش روش جستجوی روش ارائه را نام برد. توضیحات مختصری از هر روش ارائه شده است.

۵-۱. روش نلدر _ مید

الگوریتم نلدر – مید یا الگوریتم جستجوی ساده در سال ۱۹۶۵ توسط دو شخص به نام جان نلدر و راجر مید منتشر شد، که همواره بهعنوان یکی از بهترین الگوریتمهای بهینهسازی برای

توابع چندبعدی بدون مشتق شناخته می شود. این روش قیود خطی و مسائل خطی را حل می کند. روش نلدر– مید یا روش سیمپلکس، یک روش عددی رایج در پیدا کردن کمینه یا بیشینه یک تابع هدف در فضای بهینهسازی چندبعدی است. این روش از مرتبه صفر بوده و بنابراین در مسائل بهینهسازی غیرخطی که در آنها به دست آوردن مشتق تابع ناممکن یا مشکل باشد، قابل پیادهسازی است. بااینوجود، روش نلدر–مید یک روش ابتکاری است که می تواند به نقاط غیر ایستا همگرا شود [۲۰].

۵-۲. روش BOBYQA

اصطلاح BOBYQA مخفف بهینهسازی محدود توسط تقریب درجه دوم است. روش BOBYQA الگوریتم بهینهسازی عددی است که توسط مایکل جی دی پاول ابداعشده است. این الگوریتم روشی غیر گرادیانی است یعنی فقط به مقدار پایه تابع هدف وابسته است. این روش مسائل بهینهسازی محدود را بدون استفاده از مشتق تابع هدف حل میکند. ایده اصلی این روش بدین صورت است که بهطور تکراری تابع هدف را با یک مدل درجه دوم که در منطقه پیرامون فعلی معتبر است و به اصطلاح منطقه اعتماد نام منطقه پیرامون فعلی معتبر است و به اصطلاح منطقه اعتماد نام دارد تخمین میزند. به عنوان یک الگوریتم ریاضی عمومی میتوان از آن برای تقریباً هر نوع مسائل بهینه سازی استفاده کرد. الگوریتم BOBYQA فقط به تعداد کمی از نقاط داده برای شروع بهینه سازی نیازمند است. این تعداد نقاط به تعداد پارامترهای طرح بستگی دارند [۲۱].

۵-۳. روش COBYLA

اصطلاح COBYLA یک علامت اختصاری برای بهینهسازی مقید با استفاده از تقریب خطی است. این روش، یک روش بهینهسازی عددی برای مسائل محدود است که در آن مشتق تابع هدف شناختهشده نیست و توسط پاول ابداعشده است. این روش تابع هدف و هر قیدی را توسط تقریبات خطی بهروز میکند. تقریبها بر اساس مقادیر عینی و محدود محاسبهشده و از یکشکل ساده تشکیل شدهاند. هر تکرار مسئله برنامهریزی خطی درون یک منطقه اعتماد حل میکند که شعاع آن با پیشرفت روش به سمت حالت بهینه کاهش مییابد. این روش، مسئله بهینهسازی را با مسائل برنامهریزی خطی تقریب میزند. در طی یک تکرار، یک مسئله بهینهسازی بهصورت تقریب خطی حل

می شود تا یک رامحل بهینه به دست آورد. رامحل با استفاده از تابع هدف اصلی و پارامترهای طراحی ارزیابی می شود و یک نقطه داده جدید در فضای بهینه سازی ارائه می دهد. این اطلاعات برای بهبود مسئله برنامه ریزی خطی که برای تکرار بعدی الگوریتم به کار می رود استفاده می شود. هنگامی که دیگر رامحل نمی تواند بهبود یابد، اندازه می شود. هنگامی که دیگر رامحل نمی تواند می کند. وقتی اندازه مرحله به اندازه کافی کوچک شود، الگوریتم متوقف می شود [۲۲].

۵-۴. روش جستجوی مختصات

روش جستجوی مختصات، بهعنوان جستجوگر قطبنما نیز شناخته می شود، که متعلق به دسته ای از الگوریتمهای مشتق آزاد است که در ادبیات به نام روشهای جستجوی مجموعهای شناخته می شود. این روش تابع هدف در امتداد یک مجموعه مناسب جهات جستجو مي كند و در يكفاصله معين كه به پارامتر وابسته بهاندازه یک گام Δ^k نمونهبرداری میکند. روش xkجستجوی مختصات باهدف بهبود عملکرد تابع هدف در امتداد جهات مختصات و کنترل فضای پارامتری است. بهطوریکه طول گامها را کاهش میدهد و یا مقادیر تابع هدف را افزایش میدهد. روش جستجوی مختصات بهطور مستقیم شیب تابع هدف را ارزیابی نمی کند. گرادیان برای هر نوع پارامتر در دسترس نیست و یا ممکن است در شرایط خاص ریاضی دقیق نباشند. بااینحال هنگامی که حل کننده اطلاعات کافی در اطراف نقطه جستجوی فعلی جمع آوری کرده، یک تخمین از شیب ایجاد میکند و یک جستجوی خطی در امتداد این جهت قبل از ارزیابی جدید در راستای جهات مختصات انجام میدهد[۲۳].

۵-۵. بهینهسازی تیر پیزوالکتریک

با استفاده از اطلاعات مندرج در جدول ۵ مدل در نرمافزار کامسول مدلسازی شده است. به طوری که باید مدول یانگ تیر مسی را ۱۱۰ گیگا پاسکال و مدول یانگ تیر پیزوالکتریک را ۶۷ گیگا پاسکال در نظر گرفت. در این مدلسازی ابتدای تیر گیردار و انتهای تیر آزاد است و در فرکانس ۱۲۵ هرتز شتابی با دامنه 0.2g به کل تیر وارد میشود. حال باید وارد بخش بهینهسازی نرمافزار شد در مرحله اول باید روش بهینهسازی انتخاب گردد سپس باید تابع هدف مشخص شود که در این مقاله تابع هدف بیشینه کردن

مقدار توان در فرکانس مدنظر است. برای حداکثر کردن مقدار توان باید شکل مناسبی را طراحی کرد به طوری که هر یک از پارامترهای طول، عرض، ضخامت لایه مسی و ضخامت لایه پیزوالکتریک روی حداکثر کردن مقدار توان تاثیر دارند و این موارد متغیرهای طراحی میاشند که در جدول ۶ نمایش اندیسی و بازه تعریف آنها مشخص شده است. قبل از این که تمام متغیرهای طراحی بررسی شود، تمامی موارد به جز متغیر a ثابت فرض شده است و توسط روش نلدر – مید نرمافزار شروع به بهینهسازی میکند و پس از گذشت مدت زمان اندکی به یک سری داده میرسد. برای مقدار +/-= مقدار توان Y-1/×1/1 و برای ۲۰/۷۲۱۹ مقدار توان یا همان تابع هدف 3-1/×1/1 و

جدول ۶. متغیرهای طراحی و بازه تعریف آنها

مقدار	متغير طراحي
$\cdot/\cdot \mathcal{F}$ a $\leq L \leq \cdot/\cdot \mathcal{V}$ a	طول تیر [m]
$\cdot/\cdot\cdot\cdot$ tà \leq hb \leq $\cdot/\cdot\cdot\cdot$ tà	ضخامت لایه مسی [m]
$\cdot/\cdot\cdot\cdot \Delta \leq hp \leq \cdot/\cdot\cdot\cdot \Delta$	ضخامت لايه پيزوالكتريك [m]
$\cdot / \mathfrak{l} \leq a \leq \mathfrak{l}$	$\binom{B_1}{B_0}$



شکل ۷. مقادیر متفاوت توان توسط متغیر طراحی a به ازای چندین تکرار

همانطور که از شکل ۷ مشخص است از تکرار، ۱۷ تا ۲۵ جواب به یک مقدار همگرا میشود. در حالت ۲۹/۰=۵ تابع هدف کمترین مقدار است و منطقی است چراکه فرکانس تحریک پایه ۱۲۵هرتز است و روش نلدر _ مید پارامتر ۵ را بهطوری جستجو میکند که به فرکانس تحریک پایه نزدیک باشد. در قسمت بعد تمامی پارامترهای طراحی متغیر فرض شده و بهینهسازی را توسط چهار روش BOBYQA، COBYLA جستجوی مختصات و نلدر _ مید انجام میدهیم. که نتایج این بهینهسازی

در اشکال زیر مشخص است. شکل ۸ تا ۱۱ به ترتیب نتیجه بهینهسازی چندین پارامتر طراحی توسط روش BOBYQA، COBYLA، نلدر- مید و جستجوی مختصات را نشان میدهد. تعداد حداکثر تکراری که در بخش بهینهسازی نرمافزار در نظر گرفته شده ۱۰۰۰ میباشد. معیار همگرایی برای تمامی روشها یکی بوده است. با توجه به شکلهای ۸ تا ۱۱ مقدار تابع هدف (توان) در روش BOBYQA نسبت به دیگر روشها بیشتر است که از مزیتهای این روش محسوب می شود. با توجه به جدول ۷ دو روش BOBYQA و جستجوی مختصات تقریبا به یک عدد همگرا میشوند و دو روش دیگر درون یک نقطه حداقل محلی گیر افتادهاند و با گذشت بیش از این تعداد تکرار به عدد دیگری همگرا نمی شوند. جدول ۷ برای هر روش بهینه سازی مقادیر اولیه، متغیرهای طراحی و مقدار پارامترهای طراحی که تابع هدف در آن حداکثر می باشد را نشان می دهد. با توجه به جدول ۸ می توان دریافت که روش بهینهسازی BOBYQA نسبت به دیگر روشها جواب بهینهتر با هزینه محاسباتی کمتری ارائه مینماید.



شکل ۸ بهینهسازی برای چندین پارامتر طراحی توسط روش BOBYQA



شکل ۹. بهینهسازی برای چندین پارامتر طراحی توسط روش COBYLA





, بھینہسازی	روش	چندين	ازاى	توان به	متفاوت	مقادير	جدول ۷.
-------------	-----	-------	------	---------	--------	--------	---------

روش Coordinate Search	روش Nelder_Mead	روش COBYLA	روش BOBYQA	مقادير اوليه	پارامترهای طراحی و تابع هدف
•/۶١٢۴٨	٠/۴۱۵	•/۴۲٩۶۶	٠/٧۵٩۵٩	٠/۴	а
•/•٧۴٣٩٩	•/•۶٩٢۵	•/•٧١٣٨٢	٠/٠٧۵	•/•٧	L [m]
۵/•×۱۰-۴	4/20×14	4/20×1+-4	۵/۶۲×۱۰-۴	۵/•×١٠-۴	hb [m]
۱/۵×۱۰-۴	•/986>1•-4	۱/• ۱×۱•–۴	۱/۵×۱۰-۴	۲/•×۱•-۴	hp [m]
۲/۵۲×۱۰-۶	•/ \ ٣۶×١•-۶	4/14×1+-8	۸/۶۵×۱۰-۶	•/\\&×\•-&	Power

جدول ۸. هزینه محاسباتی چندین روش بهینهسازی

روش	روش	روش	روش	هذينه محاسبات
Coordinate Search	Nelder_Mead	COBYLA	BOBYQA	
۴۵۶ دقیقه	۱۹۲ دقیقه	۱۵۴ دقیقه	۱۶۴ دقیقه	

۶. نتیجه گیری

در این مقاله، محاسبات تحلیلی بر اساس روش پارامترهای توزیعشده برای استخراج مقدار فرکانس تشدید برای تیر یکسر گیردار با یکلایه پیزوالکتریک انجام شد که یکی از بهترین و سادهترین سازههای موجود جهت استفاده در سیستمهای برداشت کننده انرژی است. معادلات بر اساس تیر اویلر – برنولی به دست آمدند و بر این اساس فرکانسهای طبیعی سیستم محاسبه گردیدند. نتایج حاصل از این معادلات و نتایج شبیهسازی اجزای محدود تا حد زیادی بر هم منطبق بودند و میتوان از این روابط برای طراحی این گونه برداشت کنندهها استفاده کرد.

نتایج شبیه سازی اجزای محدود تحت یک بار استاتیکی در انتهای آزاد چند تیر با شکلهای متعارف مستطیلی، ذوزنقه و مثلثی نشان میدهد که شکل تیر پیزوالکتریک نقش بسزائی در

میزان استیصال انرژی خواهد داشت. نتایج حاصل شده از این نوع تحلیل قابل تعمیم به حالت تحریک پایه نمی باشد. چرا که در حالت تحریک پایه بار وارد شده به سیستم از نوع متمرکز در انتهای آزاد نمی باشد.

هدف اصلی در این تحقیق دستیابی به یک شکل بهینهتر نسبت به شکل مثلثی میباشد. برای این منظور هندسه جدیدی متشکل از ترکیبی از یک ذوزنقه و مثلث ارائه شده است. سپس با استفاده از چندین روش بهینهسازی، مطالعه پارامتریک بر روی سیستم برداشت انرژی انجام گرفته است. پارامترهای مورد بررسی شامل طول تیر، ضخامتهای لایه پیزوالکتریک و لایه مسی، شامل طول تیر، ضخامتهای لایه پیزوالکتریک و نام مسی، گرفته شده است. برای شبیه سازی از نرم افزار کامسول استفاده شده است. تابع هدف بهینه سازی میزان توان استیصال شده قرار

- [1] S. Priya & D. J. Inman , Energy Harvesting Technologies, Springer Science, 2009.
- [2] Williams, C.B. and Yates, R.B., Analysis of a Micro-electric Generator for Microsystems, Sensors and Actuators A, 52, pp. 8-11, 1996.
- [3] Rupesh Patel, Modeling, Analysis and optimization of contilever piezoelectric energy harvesters, The University of Nottingham, 2012.
- [4] IEEE Standard on piezoelectricity, ANSI/IEEE Std 176-1987, pp. 0-1, 1988.
- [5] Ebrahimi F (2013) piezoelectric materials and devices: apllications in engineering and medical sciences. CRC Press.
- [6] Umeda, M. Nakamura, K., "Analysis of the Transformation of Mechanical Impact Energy to Electric Energy Using Piezoelectric Vibrator", Japanese Journal of Applied Physics, Vol. 35, No. 5S, pp. 3267, 1996.
- [7] J. Ajitsaria, S. Y. Choe, Modeling and analysis of a bimorph piezoelectric cantilever beam for voltage generation, Smart Materials and Strctures, Vol. 16,No. 2,pp. 447,2007.
- [8] A. Erturk, D. J. Inman, An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations, Smart Materials and Strctures, Vol. 18,No. 2,pp.025009, 2009.
- [9] A. Erturk, D. J. Inman, On Mechanical Modeling of Cantilevered Piezoelectric Vibration Energy Harvesters, Journal of intelligent Material Systems and Strctures, Vol. 19,No. 11,pp.1311-1325, 2008.
- [10] N.H. Diyana Nordin, Asan G.A. Muthalif, Optimal Piezoelectric Beam Shape for single and broadband vibration energy harvesting, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 14, No. 12, pp.417-426, 2015.
- [11] Patel R, McWilliam S, Popov A (2011) a geometric parameter study of piezoelectric coverage on a rectangular cantilever energy harvester. Smart Material and Strcture 20(8): 085004.
- [12] Roundy S., Wright P. K, a piezoelectric vibration based generator for wireless electronics, Smart Material and Strcture, Vol. 13,pp.1131-1142, 2004.

داده شده است. چهار روش مختلف بهینه سازی: BOBYQA، COBYLA، نلدر- مید و جستجوی مختصات که همگی مرتبه صفر هستند، مورد استفاده قرار گرفتهاند. شکل بهینه برای

۵. مأخذ

- [13] Shu Y. C., Lien I. C., Analysis of power output for piezoelectric energy harvesting system, Smart Material and Strcture, Vol. 15,pp.1499-1512, 2006.
- [14] K. Jahani, M. Asgharzadeh, Energy Harvesting Investigation From Unimorph Trapezoidal Beam Vibrations Using Distibuted Parameters Method, journal mechanic modares, Vol.14,No.2,pp.96-102,2014.
- [15] A. Kianpoor, K. Jahani, Investigating the Effects of Geometrical Parameters on the Performance of Piezoelectric Energy Harvesters Under Harmonic base Vibration Using Analytical, Magazine Engineering Mechanic, Vol.75,No.66,pp. 111-123,2015.
- [16] F. Azarikam, M. Sadr, Energy Harvesting System from Environmental Vibrations with Piezoelectric Materials, 16th conference International Association of Aerospace Iran.
- [17] M. Pashna, M. Farrokh , S. Irani, A comparison between finite element and separation of variables method in investigating frequency behavior of Bimorph piezoelectric beam, 16th conference International Association of Aerospace Iran.
- [18] M R Pearson, M J Eaton, R Pullin "Energy Harvesting for Aerospace Strctural Health Monitoring Systems. Journal of Physics: Conference Series 382 Jul 2012.
- [19] Rao SS (2007) Vibration of continuous systems. John Wiley & Sons.
- [20] Rios LM, Sahinidis NV, "Derivative-free optimization: a review of algorithms and comparison of software implementations. Journal of Global Optimization"Vol. 56, No.3, pp. 1247-93. Jul 2013.
- [21]Optimization module user's guide, www.comsol.com/patents, 2018.
- [22] Powell, M. J. D. (June 2009). Least Frobenius norm Updating of quadratic models that satisfy interpolation conditions, Mathematical Programming Springer. 183-215.
- [23] WH. Teukolsky, SA. Verreling, WT. Flannery, (2007). Section 10.5. Downhill Simplex Method in Multi Dimensions, Computing (3re ed). New York. Cambridge University Press.

پىنوشت

¹. Energy Harvesting

². Unmanned Aerial Vehicles

- ³. Williams & Yates
- ⁴. Rupesh Patel
- ⁵. Umeda
- ⁶. Ajitsaria
- ⁷. Erturk
- ⁸. Diyana Nordin
- ⁹. Mc William & Popov
- ¹⁰. Roundy
- ¹¹ . Shu
- ¹². Pearson
- ¹³. Bound Optimization By Quadratic Approximation
- ¹⁴. Constrained Optimization By Linear Approximation
- ¹⁵. Coordinate Search
- ¹⁶. Nelder Mead
- ¹⁷. Free Tetrahedral
 ¹⁸. Damping
- ¹⁹. Rayleigh Damping
- ²⁰. Viscous Damping
- ²¹. Isotropic Loss Factor
- ²² Anisotropic Loss Factor
 ²³ From Material
 ²⁴ User Defined